

# Weiterentwicklung und Verifizierung eines Energie- und Leistungsbilanzverfahrens für Erdwärmekollektoren

**Sebastian Braun, Fabian Neth, Roland Koenigsdorff**

Hochschule Biberach (HBC), Institut für Energie- und Gebäudesysteme (IGE)

**Keywords:** Erdwärmekollektoren, Bilanzverfahren, Modellierung, Simulation

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein neues analytisches Modell zur Abbildung horizontaler Erdwärmekollektoren ohne und mit Eisbildung vorgestellt und mit numerischen Simulationen verglichen. Als Grundlage für die analytische Berechnung der Temperaturreaktion wird die Lösung einer unendlich ausgedehnten, ebenen Flächenquelle (Infinite Plane Source) verwendet. Für die Berücksichtigung des Eisbildungsprozesses werden zwei ergänzende Ansätze untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass die Temperaturreaktionen ohne Berücksichtigung der Eisbildung durch das analytische Modell sehr gut abgebildet werden. Die Abbildung der Eisbildungsprozesse weist hingegen größere Abweichungen von den numerischen Simulationen auf und muss noch verbessert werden.

## 1. Einleitung

Für die Dimensionierung von Erdwärmekollektoren gibt es grundsätzlich drei verschiedene Herangehensweisen. Eine Möglichkeit ist die Auslegung mithilfe von Tabellen, z. B. aus der Richtlinie VDI 4650 Blatt 2, deren Werte auf Simulationen mit festen Randbedingungen und Lastprofilen basieren (VDI 4640-2, 2019). Um eine Unterdimensionierung der Anlagen zu vermeiden, sind die dort aufgeführten zulässigen Entzugsleistungen und Entzugsenergien tendenziell konservativ. Die genaueste Möglichkeit ist die Dimensionierung mit numerischen Simulationen, die nahezu beliebige Randbedingungen abbilden können. Numerische Simulationen erfordern allerdings einen erheblichen Rechen- und Modellierungsaufwand. Ein Zwischenweg sind dynamische und flexible Auslegungsverfahren auf Basis von analytischen bzw. vereinfachten Modellen. Für die Dimensionierung von Erdwärmesonden sind dies beispielsweise das Programm EED (Bloncon AB, 2022) oder das Rechenverfahren und die Software GEO-HAND<sup>light</sup> (Hochschule Biberach, 2025). Analytische Rechenverfahren existieren auch im Bereich der Erdwärmekollektoren. Beispiele hierfür sind die Modelle für Bodenabsorber von Neth & Koenigsdorff (2024), für einzelne horizontale Rohre und Grabenkollektoren mit Eisbildung von Van de Ven et al. (2025) und für horizontale Erdwärmekollektoren mit Eisbildung von Ramming (2007).

In dieser Arbeit wird ein neues und vereinfachtes analytisches Modell zur Abbildung horizontaler Erdwärmekollektoren vorgestellt und mit numerischen Simulationen verglichen.

## 2. Methodik

Der Ausgangspunkt für das hier vorgestellte Modell ist eine Energie-/Leistungsbilanz in der Kollektorebene, wie von Van de Ven et al. (2023) vorgestellt. Das dortige analytische Verfahren wird nachfolgend erweitert und mit numerischen Simulationen verifiziert.

### 2.1 Analytisches Modell

Der ursprünglich rein stationäre Wärmeleitungsvorgang wird durch die Berücksichtigung instationärer Wärmeleitung mit einem Infinite Plane Source Modell erweitert. Somit bleiben die Vorteile eines

analytischen Modells erhalten. Dieses wird durch Ansätze zur Berücksichtigung der Eisbildung ergänzt.

### 2.1.1 Unendliche Flächenquelle (IPS)

Für die analytische Abbildung der instationären Wärmeleitung im Untergrund wird eine Lösung für die unendlich ausgedehnte, ebene Flächenquelle (Infinite Plane Source, IPS) verwendet. Das IPS-Modell beschreibt die Temperaturreaktionen in einer unendlich ausgedehnten Ebene parallel zur Quellenebene bei  $z = 0$ . Hierbei wird als Randbedingung zunächst ein konstanter Wärmestrom angenommen (Randbedingung b nach Baehr & Stephan (2019)). Die Temperaturänderung  $\Delta\vartheta_{IPS}$  in der Ebene  $z$  zum Zeitpunkt  $t$ , die durch eine konstante Wärmestromdichte  $\dot{q}$  in einem halbumendlich ausgedehnten Körper verursacht wird, berechnet sich mit (Baehr & Stephan, 2019):

$$\Delta\vartheta_{IPS}(z, t) = 2 \frac{\dot{q}}{b} \sqrt{t} \operatorname{ierfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) \quad (1)$$

Die Wärmeeindringkoeffizient  $b$  und die Temperaturleitfähigkeit  $a$  werden mit der Dichte  $\rho$ , der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  und der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  des Untergrundes berechnet:

$$b = \sqrt{\lambda \rho c_p} \quad (2)$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (3)$$

Für einen horizontalen Erdwärmekollektor in der Tiefe  $\Delta z_{gok}$  (Abstand EWK zur Geländeoberkante, siehe Abb. 1), der als unendlich ausgedehnte Fläche approximiert und mit der Randbedingung einer festen Oberflächentemperatur definiert wird, folgt:

$$\Delta\vartheta_{IPS}(z, t) = \frac{\dot{q}}{b} \sqrt{t} \left( \operatorname{ierfc}\left(\frac{|z|}{2\sqrt{at}}\right) - \operatorname{ierfc}\left(\frac{|2\Delta z_{gok} - z|}{2\sqrt{at}}\right) \right) \quad (4)$$

Die gesamte Wärmestromdichte, die dem Erdreich in der Quellenebene entzogen wird, teilt sich nach oben und unten auf, weshalb der Faktor 2 in Gl. (4) entfällt. Die Einhaltung der isothermen Randbedingung an der Geländeoberkante wird mit der Spiegelquellenmethode erreicht. Hierfür wird eine Spiegelquelle im Abstand  $2\Delta z_{gok}$  oberhalb der Kollektorebene hinzugefügt und mit der negativen Wärmestromdichte der Hauptquelle beaufschlagt. Für  $z = H$  ergibt sich für beliebige Zeitpunkte eine Temperaturreaktion an der Geländeoberkante von  $\Delta\vartheta_{IPS}(z = \Delta z_{gok}, t) = 0$ .

Gl. (4) beschreibt die Temperaturantwort nur für eine konstante Wärmestromdichte. Um eine variable Wärmestromdichte (z. B. ein vorgegebenes Lastprofil) zu berücksichtigen, wird das Prinzip der zeitlichen Superposition aus Eskilson (1987) verwendet. Gl. (4) wird mithilfe der charakteristischen Länge  $\Delta z_{gok}$  (Tiefe) und den Definitionen in den Gleichungen (5) und (6) in die dimensionslose Form von Gl. (7) überführt, um eine sogenannte *g-function* (Eskilson, 1987) zu erhalten:

$$\Delta\vartheta_{IPS}(z, t) = d \dot{q} \theta(z, t) \quad (5)$$

$$d = \frac{\Delta z_{gok}}{\lambda} \quad (6)$$

$$\theta(z, t) = \frac{\lambda}{b H} \sqrt{t} \left( \operatorname{ierfc}\left(\frac{|z|}{2\sqrt{at}}\right) - \operatorname{ierfc}\left(\frac{|2\Delta z_{gok} - z|}{2\sqrt{at}}\right) \right) \quad (7)$$

Liegt eine weitere isotherme Randbedingung in einer zweiten Ebene unterhalb des Kollektors (z. B. Grundwasser) vor, ist zunächst eine weitere Spiegelquelle notwendig. In Abb. 1 sind die Hauptquelle und die Spiegelquellen für diesen Fall dargestellt. Da eine zweite Spiegelquelle („Spiegelquelle GW“) die Temperatur in der Oberflächenebene leicht beeinflusst, wird die isotherme Randbedingung an der Geländeoberkante nicht eingehalten. Um diese Beeinflussung zu kompensieren, wird die „Spiegelquelle GW“ an der Geländeoberkante gespiegelt. Diese Spiegelquelle wird mit der Wärmestromdichte  $\dot{q}$  beaufschlagt. Um die beiden isothermen Randbedingungen einzuhalten, müssen immer weitere Schichten von Spiegelquellen hinzugefügt werden. Gl. (8) beschreibt die dimensionslose Temperaturänderung bei  $n$  Schichten von Spiegelquellen:

$$\theta(z, t) = \frac{\lambda}{b_H} \sqrt{t} \left( \operatorname{ierfc} \left( \frac{|z|}{2\sqrt{at}} \right) + \sum_{i=1}^n (-1)^i \operatorname{ierfc} \left( \frac{|(i-1) \cdot 2\Delta z_{gw} + 2\Delta z_{gok} - z|}{2\sqrt{at}} \right) + \operatorname{ierfc} \left( \frac{|(i-1) \cdot 2\Delta z_{gok} + 2\Delta z_{gw} + z|}{2\sqrt{at}} \right) \right) \quad (8)$$

Um die beiden isothermen Randbedingungen exakt einzuhalten, müssten unendlich viele Spiegelquellen verwendet werden. In der Praxis reichen aber wenige Schichten für eine ausreichende Genauigkeit aus.

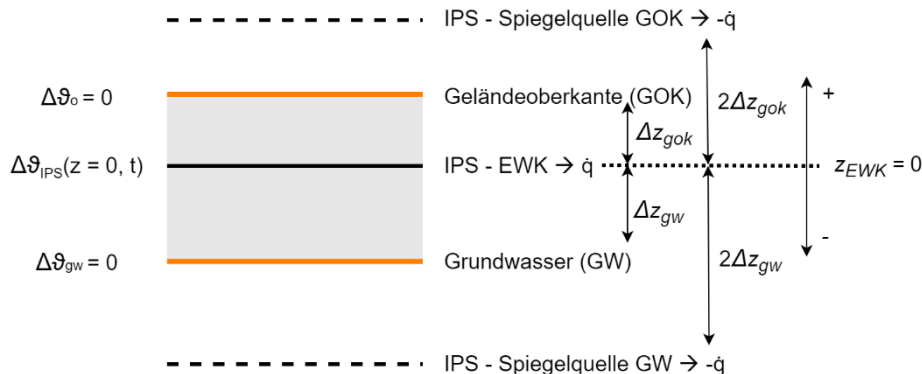


Abb. 1: Skizze der Modellierung mithilfe von IPS mit Haupt- und Spiegelquellen für den Fall einer festen Temperatur in der Oberflächenebene und in der Grundwasserebene

Mit der Temperaturantwort aus Gl. (5) und der ungestörten Untergrundtemperatur  $\vartheta_{ungst}(0, t)$  kann die Temperatur in der Quellenebene  $\vartheta_{IPS}(0, t)$  berechnet werden:

$$\vartheta_{IPS}(0, t) = \vartheta_{ungst}(0, t) + \Delta\vartheta_{IPS}(0, t) \quad (9)$$

Die ungestörte Erdoberflächtemperatur in der Tiefe von Erdwärmekollektoren schwankt i. d. R. über das Jahr erheblich. Die Temperaturantwort durch die IPS wird daher mit der schwingenden ungestörten Untergrundtemperatur nach Kusuda & Achenbach (1965) überlagert:

$$\vartheta_{ungst}(z, t) = \vartheta_{mean,a} + \Delta\vartheta_a e^{-\frac{(\Delta z_{gok} - z)}{\sqrt{a t_p}}} \cos \left[ \frac{2\pi t}{t_p} - \varphi_0 - \sqrt{\frac{\pi}{a t_p}} (\Delta z_{gok} - z) \right] \quad (10)$$

Die Temperaturschwingung hat eine Periodendauer  $t_p$  von einem Jahr, eine Phasenverschiebung  $\varphi_0$ , eine Amplitude an der Oberfläche  $\Delta\vartheta_a$  und eine durchschnittliche Oberflächentemperatur  $\vartheta_{mean,a}$ . Für die Anwendungsfälle ohne zweite isotherme Randbedingung (kein Grundwasser) wird die Temperaturantwort aus dem IPS-Modell mit der ungestörten Erdoberflächtemperatur aus Gl. (10) superponiert. Das ist ebenfalls möglich, wenn die zweite isotherme Ebene so weit von der Geländeoberkante entfernt ist, dass sie keinen erheblichen Einfluss auf die Schwingung nach Gl. (10) hat.

Für Anwendungsfälle mit zwei isothermen Randbedingungen mit geringem Abstand (z.B. Geländeoberkante und Grundwasser) hat die untere feste Temperaturrandbedingung einen zu starken Einfluss auf die Schwingung der ungestörten Untergrundtemperatur. In diesen Anwendungsfällen wird die ungestörte Untergrundtemperatur zunächst als konstant angenommen.

### 2.1.2 Geometrievarianten

Um das analytische Modell schrittweise zu überprüfen, werden zwei verschiedene Geometrievarianten untersucht. Zunächst wird der Kollektor als Fläche angenommen. Dieses Flächenmodell dient als erster Validierungsschritt. Die Kollektor-Oberflächentemperatur hierfür ergibt sich aus Gl. (9). Der zweite Schritt ist die Verwendung eines Rohrregisters als Geometrie. Für diese Geometrie muss das Modell mit einer Umrechnung auf die Rohrgeometrie erweitert werden.

Die Berechnung der Oberflächentemperatur  $\vartheta_{cw}$  der Rohre des Rohrregisters aus der Temperatur in der Quellenebene  $\vartheta_{IPS}(0, t)$  erfolgt mit dem Widerstandsmodell von Koschenz & Lehmann (2000). Der stationäre Widerstand zwischen der Temperatur in der Quellenebene und der an der Kollektoroberfläche ergibt sich aus der Geometrie des Kollektors (Abstand zwischen den Rohren  $\Delta x_p$  und äußerer Rohrdurchmesser  $d_{p,o}$ ) und der Wärmeleitfähigkeit des Untergrunds:

$$R_x = \frac{\Delta x_p \ln\left(\frac{\Delta x_p}{\pi d_{p,o}}\right)}{2 \lambda \pi} \quad (11)$$

Gl. (11) ist gültig, wenn die Verhältnisse zwischen Verlegetiefe  $\Delta z_{gok}$  und Verlegeabstand  $\Delta x_p$  sowie zwischen äußerem Rohrdurchmesser  $d_{p,o}$  und Verlegeabstand  $\Delta x_p$  folgende Grenzen einhalten:

$$\frac{\Delta z_{gok}}{\Delta x_p} > 0,3 \quad (12)$$

$$\frac{d_{p,o}}{\Delta x_p} < 0,2 \quad (13)$$

### 2.1.3 Modelle zur Berücksichtigung der Eisbildung

Für die Abbildung der Eisbildungsprozesse bei horizontalen Erdwärmekollektoren werden zwei verschiedene analytische Ansätze untersucht. Der erste Ansatz basiert auf dem Modell von Van de Ven et al. (2025). Dieser generelle Ansatz wird auf das erläuterte IPS-Modell übertragen. Der Eisbildungsprozess basiert auf der folgenden Leistungsbilanz in der Kollektorebene:

$$0 = \dot{q}_{tot}(t) + \dot{q}_{lat}(t) - \dot{q}_{\theta}(t) \quad (14)$$

Hierbei repräsentiert die Wärmestromdichte  $\dot{q}_{tot}(t)$  die gesamte Entzugsleistung des Erdwärmekollektors (bei Wärmeentzug nimmt sie einen negativen Betrag an). Diese kann sich in zwei Teile gliedern: Zum einen die auf reiner Wärmeleitung basierende Wärmestromdichte  $\dot{q}_{\theta}(t)$  und zum anderen die bei Eisbildung freiwerdende latente Wärmestromdichte  $\dot{q}_{lat}(t)$ . Letztere ist betragsmäßig positiv, sobald Eis entsteht und negativ, wenn Eis schmilzt. Die konduktive Wärmestromdichte  $\dot{q}_{\theta}(t)$  ist die Wärmestromdichte, die dem Erdreich konduktiv entzogen werden kann, ohne zusätzliche Eisbildung in diesem Zeitschritt. Sie wird basierend auf dem Prinzip der zeitlichen Superposition aus Eskilson (1987) berechnet. Die ausführliche Beschreibung des Modells ist der Arbeit von Van de Ven et al. (2025) zu entnehmen.

Der Dimensionsfaktor  $d$  und die dimensionslose Temperaturantwort  $\theta(z, t)$ , die für das Modell benötigt werden, ergeben sich aus Gl. (6) und Gl. (7) (bzw. Gl. (8) für die zweite isotherme Randbedingung).

Der zweite Ansatz zur Abbildung des Eisbildungsprozesses ist eine Modifikation des zuvor beschriebenen Ansatzes. Statt die Bilanz aus Gl. (14) zu jedem Zeitschritt in der Kollektorebene aufzustellen, wird diese mit variablem Abstand zur Kollektorebene in Abhängigkeit von der Ausdehnung des Eises aufgestellt. Bilanziert wird in der Ebene der Ausdehnung des Eises aus dem vorherigen Zeitschritt. Die konduktive Wärmestromdichte  $\dot{q}_\theta(t)$  wird nicht wie im ersten Ansatz auf einen ungefrorenen und einen gefrorenen Anteil aufgeteilt, sondern für gewichtete Untergrundparameter (nach Anteil gefroren und ungefroren) berechnet. Die Berücksichtigung der sensibel gespeicherten Wärme im Eispanzer erfolgt in diesem Ansatz indirekt über das Verschieben der Bilanzenebene. Beide beschriebenen Ansätze zur Eisbildung werden in dieser Arbeit lediglich auf das IPS-Modell mit flächenförmiger Quelle angewandt. Die Anwendung mit Umrechnung auf die Rohrgeometrie ist Teil aktuell laufender Forschungen und wird in dieser Arbeit nicht beschrieben.

## 2.2 Numerisches Modell

Die zur Verifizierung der analytischen Modelle genutzten numerischen Simulationen werden im Programm COMSOL Multiphysics® erstellt. Beide numerischen Modelle (Abbildung einer Rohrquelle und einer Flächenquelle) sind vereinfacht zweidimensional und berücksichtigen die Eisbildung mit dem Physik-Interface „Wärmetransport in porösen Medien“. Der Phasenwechsel wird mit dem Unterknoten „Phasenwechselmaterial“ im Fluid des porösen Mediums simuliert. Als Phasenübergangsfunktion wird die Heaviside-Funktion mit einem Übergangintervall von 2 K verwendet. Das bedeutet, dass der Phasenübergang bei 0 °C startet und bei -2 °C vollständig abgeschlossen ist. Dazwischen wird der Anteil der jeweiligen Phase über einen Wert zwischen 0 (vollständig flüssig) und 1 (vollständig gefroren) abgebildet. Bei -1 °C ist der Anteil der Phasen jeweils bei 0,5. Um einen Vergleichswert für den Vergleich mit den analytischen Modellen zu erhalten, wird der Abstand des Eispanzers zum Kollektor mit der Isolinie bei einem Phasenanteil von 0,5 verwendet.

An der Oberkante des Modells ( $z = \Delta z_{gok}$ , Geländeoberkante) wird in beiden Modellen eine feste Temperaturreandbedingung gesetzt. Hier wird entweder eine konstante Temperatur oder eine Temperaturschwingung vorgegeben. Für den linken und rechten Rand des Modells wird eine adiabate Randbedingung ausgewählt. Nach unten wird entweder ein künstliches Gebiet unendlicher Elemente mit adiabater Randbedingung (Vergleich analytisches Modell ohne zweite isotherme Randbedingung) oder eine feste Temperaturreandbedingung (Vergleich analytisches Modell mit zweiter isothermer Randbedingung) verwendet.

Im Modell für die flächenförmige Quelle wird der Wärmestrom über eine Linie, die in der Kollektorebene liegt, eingebracht. Hier kann die Wärmestromdichte direkt mit der Einheit W/m<sup>2</sup> angegeben werden, da dem 2D-Modell eine fiktive Tiefe von 1 m senkrecht zur Modellebene (Zeichenebene in Abb. 2) zugrunde liegt.

Im Modell für die rohrförmige Quelle ist zu beachten, dass die Wärmestromdichte auf die Rohroberfläche umgerechnet werden muss. Diese Umrechnung erfolgt mit den geometrischen Größen des Kollektors:

$$\dot{q}_p = \frac{\dot{q}_{tot} \Delta x_p}{\pi d_{p,o}} \quad (15)$$

Für die Simulation eines Rohregisters aus unendlich vielen nebeneinander liegenden, parallelen Rohren reicht ein Modell mit einem halben Rohr als Quelle, wie in Abb. 2 dargestellt. Grund dafür sind die symmetrischen Verhältnisse in der Kollektorebene, welche durch adiabate Ränder links und rechts abgebildet werden können. Der Abstand von der Mitte des Rohres bis zum rechten adiabaten Rand beträgt die Hälfte des Verlegeabstandes zwischen den Rohren.

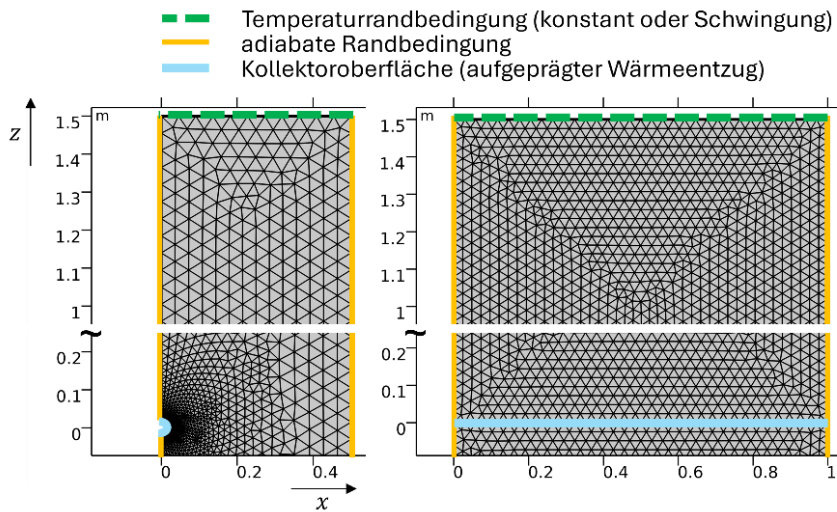


Abb. 2: Netz (Rechengitter) der erstellten Modelle in COMSOL Multiphysics®: Modell mit Rohrquelle (links), Modell mit Flächenquelle (rechts)

### 3. Ergebnisse

Die numerischen Simulationen und analytischen Berechnungen werden mit den Untergrundparametern aus Tabelle 1 durchgeführt. Es wird ein vollständig gesättigter Untergrund mit einer Porosität von 20 % angenommen. Der Erdwärmekollektor wird in eine Tiefe  $\Delta z_{gok}$  von 1,5 m gesetzt. Für das Rohrmodell werden der Verlegeabstand  $\Delta x_p$  mit 1 m und der äußere Rohrdurchmesser mit 0,04 m angenommen. Das verwendete Lastprofil und die Temperaturschwingung an der Oberfläche sind in Abb. 3 dargestellt. Der Betrachtungszeitraum beträgt in allen Fällen zwei Jahre mit dem Startzeitpunkt Oktober, um zwei Heizperioden abzubilden und ein Einschwingen auf stabile saisonale Verhältnisse zu erreichen. Tabelle 2 zeigt eine Übersicht aller Kombinationen, die für den Vergleich zwischen den analytischen und numerischen Modellen verwendet werden.

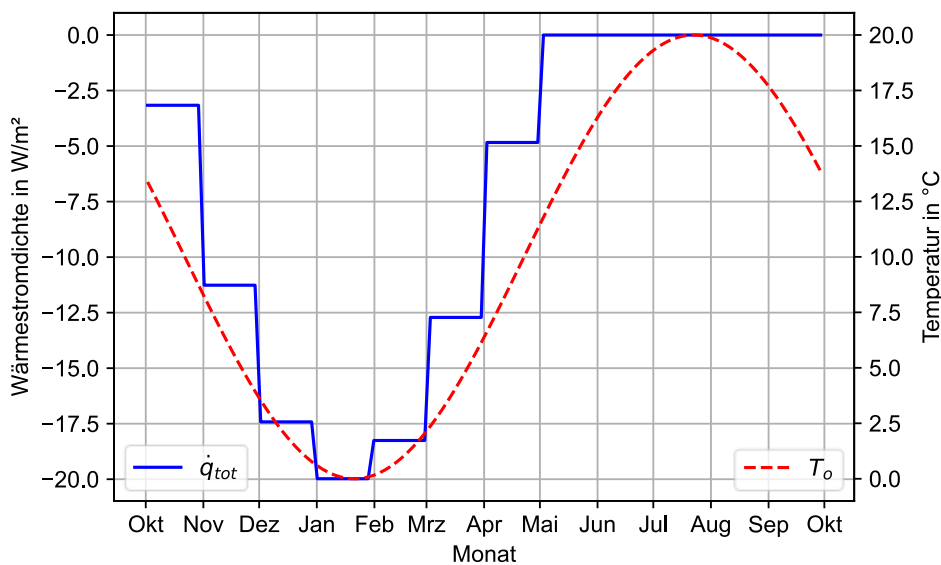


Abb. 3: Verwendetes Lastprofil und angesetzte ungestörte Temperaturschwingung an der Oberfläche

Tabelle 1: Untergrundparameter für die analytischen Berechnungen und numerischen Simulationen

Parameter	Feststoff	Wasser	Eis
Dichte $\rho$ in $\text{kg/m}^3$	2180	1000	900
Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ in $\text{W/mK}$	1,5	0,58	2,33
Spezifische Wärmekapazität $c_p$ in $\text{J/kgK}$	1000	4200	2000

Tabelle 2: Übersicht Vergleich numerisches und analytisches Modell

Abbildung	Geometrie	Grundwasser	Temperaturschwungung	Eisbildung
4	Fläche	nein	ja	nein
5	Fläche	ja	nein	nein
6	Rohr	nein	ja	nein
7	Fläche	nein	ja	ja
8	Fläche	ja (symmetrisch)	nein	ja

### 3.1 Ergebnisse ohne Eisbildung

Die analytischen und numerischen Modelle ohne Eisbildung werden anhand der Kollektoroberflächentemperatur ( $\vartheta_{cw}$ ) verglichen. Nach VDI 4640-2 (2019) ist das relevante Auslegungskriterium für Erdwärmekollektoren die Austrittstemperatur aus dem Kollektor. Für den Vergleich zwischen den Modellen ist die Kollektoroberflächentemperatur ausreichend, da die Fluidtemperatur mit (weiteren) stationären Widerstandsmodellen berechnet werden kann.

#### 3.1.1 Flächenquelle

Die Ergebnisse für das Flächenmodell ohne Grundwasser in Abb. 4 zeigen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen analytischem und numerischem Modell. Die maximale Abweichung im Betrachtungszeitraum beträgt  $-0,23$  K. Eine negative Abweichung bedeutet, dass die Temperatur im analytischen Modell kleiner ist als die im numerischen Modell. Die größten Abweichungen sind an den Zeitpunkten zu beobachten, an denen eine Änderung der Entzugsleistung auftritt. Dieses Verhalten hängt größtenteils mit der Simulationsschrittweite in der numerischen Simulation zusammen. Durch eine große Simulationsschrittweite kann das numerische Modell die schnelle Temperaturänderung, die durch die sprunghafte Änderung der Wärmestromdichte verursacht wird, schlechter abbilden. Das numerische Modell reagiert „träger“ als das analytische Modell auf die Änderung. Die Temperatur im numerischen Modell ändert sich deshalb verzögert und die Abweichung bei Abnahme der Wärmestromdichte wird negativ ( $\vartheta_{cw,num.} > \vartheta_{cw,analyt.}$ ). Eine Verkleinerung der Schrittweite führt zu geringeren Abweichungen zur analytischen Lösung. Die Ergebnisse in Abb. 4 sind mit einer Schrittweite von einem Tag berechnet. Auf eine weitere Reduzierung der Schrittweite wird verzichtet, da dies einen erheblichen Anstieg der Rechenzeit bedeutet und die Ergebnisse in Abb. 4 als ausreichend genau bewertet werden.

Die sehr gute Übereinstimmung der Modelle in Abb. 4 zeigt, dass das grundlegende analytische Modell mit zeitlicher Superposition der dimensionslosen Temperaturreaktionen inklusive der Überlagerung mit der Schwingung der ungestörten Erdreichtemperatur korrekt implementiert ist.

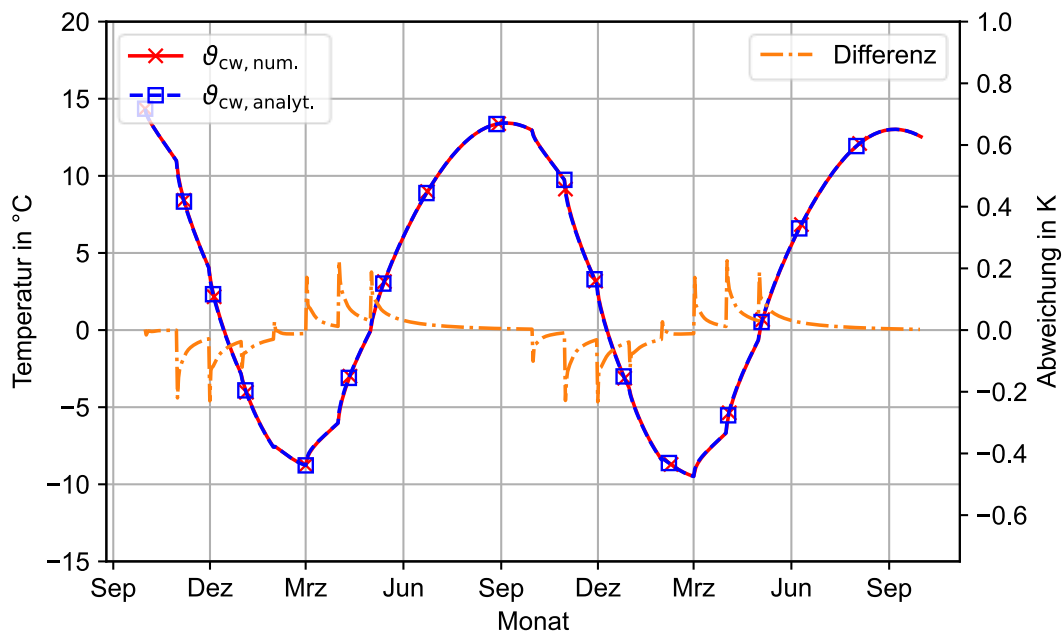


Abb. 4: Vergleich der Kollektoroberflächentemperatur zwischen analytischem und numerischem Modell mit Lastprofil, mit Temperaturschwingung und ohne Grundwasser für das Flächenmodell ohne Eisbildung

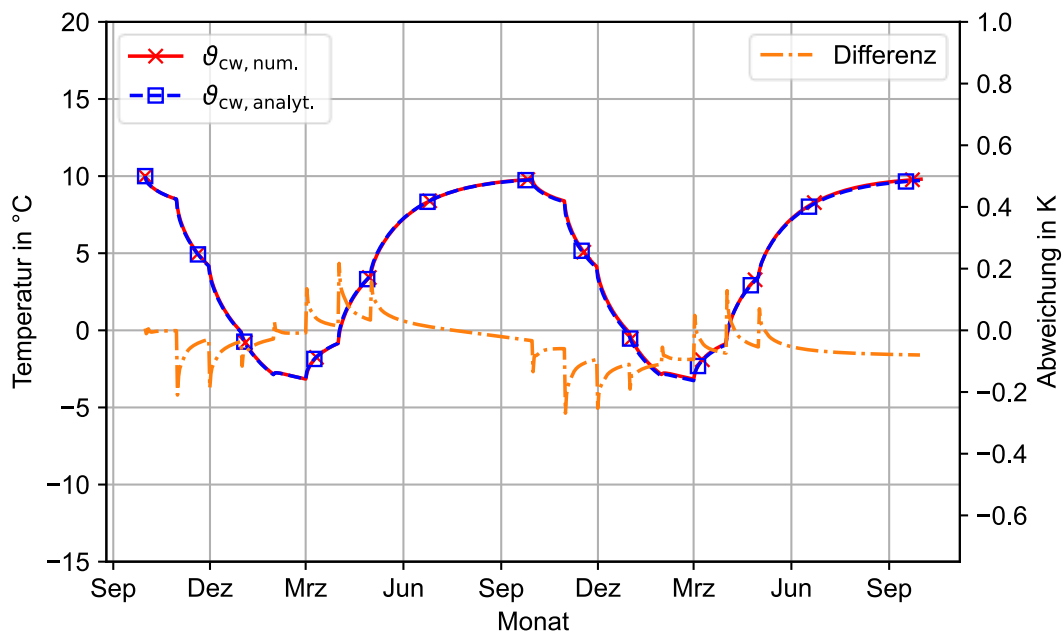


Abb. 5: Vergleich der Kollektoroberflächentemperatur zwischen analytischem und numerischem Modell mit Lastprofil, ohne Temperaturschwingung und mit Grundwasser für das Flächenmodell ohne Eisbildung

In den Ergebnissen für das Flächenmodell mit Grundwasser in Abb. 5, ist zu erkennen, dass der Ansatz für die Einhaltung der zweiten isothermen Randbedingung aus Gl. (8) ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit dem numerischen Modell hat. In diesem Modell wird keine Temperaturschwingung berücksichtigt, da Gl. (10) für eine schwingende ungestörte Untergrundtemperatur aufgrund des Grundwassers nicht mehr gilt. Anstelle dessen wird eine konstante Oberflächentemperatur von

10 °C und eine Grundwassertemperatur von ebenfalls 10 °C in 4,5 m Tiefe (3 m Abstand zum Kollektor) angenommen. Die maximale Abweichung zwischen den Temperaturen im Betrachtungszeitraum beträgt -0,27 K. In Bezug auf die Zeitpunkte und das Vorzeichen der maximalen Abweichungen ist das Verhalten ähnlich dem Modell ohne Grundwasser. Die minimalen Temperaturen, die im Betrachtungszeitraum erreicht werden, sind im Vergleich zum Modell ohne Grundwasser deutlich höher. Das lässt sich durch den erhöhten Wärmestrom von unten und die höhere Oberflächentemperatur im Winter erklären. Bei Betrachtung der Abweichung über den gesamten Zeitraum fällt auf, dass diese mit zunehmender Zeit tendenziell in den negativen Bereich driftet. Das wird insbesondere im Zeitraum ab der zweiten Periode ohne Heizbetrieb (zum Ende des Betrachtungszeitraums) deutlich. Hier nähert sich die Abweichung nicht 0 K an, sondern einem Wert kleiner als 0. Die Temperatur liegt im analytischen Modell also unterhalb der Temperatur im numerischen. Dieses Verhalten ist unter der Berücksichtigung der Erläuterungen aus Kapitel 2.1.1 zur Gl. (8) die logische Schlussfolgerung. Dort wird beschrieben, dass für die exakte Einhaltung der zwei isothermen Randbedingungen für große Betrachtungszeiträumen unendlich viele Schichten an Spiegelquellen hinzugefügt werden müssten. Für die Ergebnisse in Abb. 5 werden fünf Schichten von Spiegelquellen verwendet, da diese Anzahl einen guten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand darstellt. Das Abdriften der Temperatur mit zunehmender Zeit ist demnach die logische Konsequenz. Die Abweichung wird allerdings als akzeptabel betrachtet.

### 3.1.2 Rohrregister

In Abb. 6 sind die Ergebnisse für das Rohrmodell ohne Grundwasser dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Temperaturen deutlich geringere Minimalwerte erreichen im Vergleich zum Flächenmodell. Die Ursache dafür ist, dass die gleiche Leistung auf weniger Kollektoroberfläche verteilt wird. Die maximale Abweichung zwischen analytischem und numerischem Modell beträgt -0,66 K.

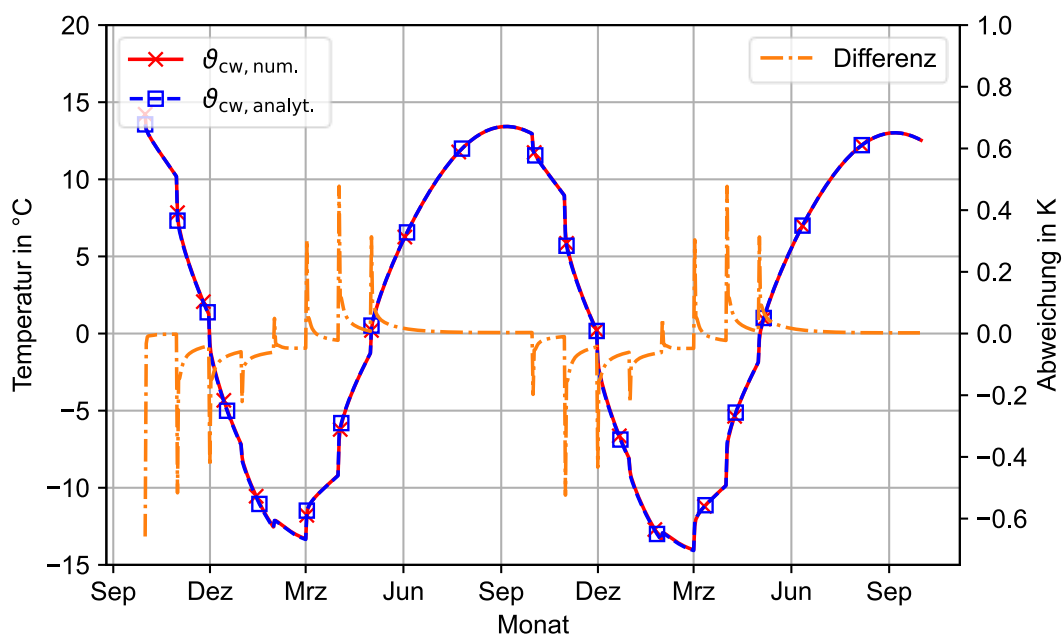


Abb. 6: Vergleich der Kollektoroberflächentemperatur zwischen analytischem und numerischem Modell mit Lastprofil, Temperaturschwingung und ohne Grundwasser für das Rohrmodell ohne Eisbildung

Die Zeitpunkte mit maximaler Abweichung sind identisch zum Flächenmodell und haben die gleiche Ursache. Zusätzlich zu den bereits aufgeführten Gründen für die Abweichung zu den Zeitpunkten der Änderung der Wärmestromdichte verstärkt die Berechnung über das Widerstandsmodell dieses

Verhalten. Der Widerstand  $R_x$  aus Gl. (11) hängt ausschließlich von der Geometrie des Kollektors und der Wärmeleitfähigkeit des Untergrunds ab. Der Widerstand ist also zu jedem Zeitpunkt gleich. Im analytischen Modell ist, sobald ein Wärmestrom auftritt, unmittelbar eine Temperaturdifferenz zwischen Kollektoroberfläche und der Temperatur in der Kollektorebene (mit IPS berechnet) vorhanden. In der Realität und im numerischen Modell baut sich diese Temperaturdifferenz mit der Zeit auf und tritt nicht unmittelbar auf. Unter diesem Hintergrund ist für ein zukünftiges Auslegungsmodell für Erdwärmekollektoren zu prüfen, ob ein sich dynamisch aufbauender Widerstand zwischen Temperatur in der Kollektorebene und der Kollektoroberfläche zu besseren Ergebnissen führt.

### 3.2 Ergebnisse mit Eisbildung

Der Vergleich der Modelle mit Eisbildung erfolgt anhand der Vergleichsparameter  $x_{fr}$  (Eisausdehnung) und  $\vartheta_{cw}$  (Kollektoroberflächentemperatur). Auf das Modell mit Rohrquelle werden die Eisbildungsansätze, wie in Kapitel 2.1.3 beschrieben, in dieser Arbeit nicht angewendet. Abb. 7 zeigt die Ergebnisse für das Modell ohne Grundwasser. Auf der rechten y-Achse ist die Eisausdehnung dargestellt. Für die Eisausdehnung der numerischen Lösung gibt es eine Ausdehnung nach oben ( $x_{fr,top}$ ) und eine nach unten ( $x_{fr,bot}$ ). In den analytischen Lösungen gibt es diese Unterscheidung modellbedingt nicht, denn dort wird eine symmetrische Ausdehnung des Eises nach unten und oben angenommen. Die Indizes „V1“ und „V2“ bei den analytischen Ergebnissen geben an, welcher Ansatz für die Berücksichtigung des Eisbildungsprozesses verwendet wird. Der Index „V1“ steht für den Ansatz nach Van de Ven et al. (2025) und der Index „V2“ für den leicht angepassten Ansatz mit variabler Bilanzebene.

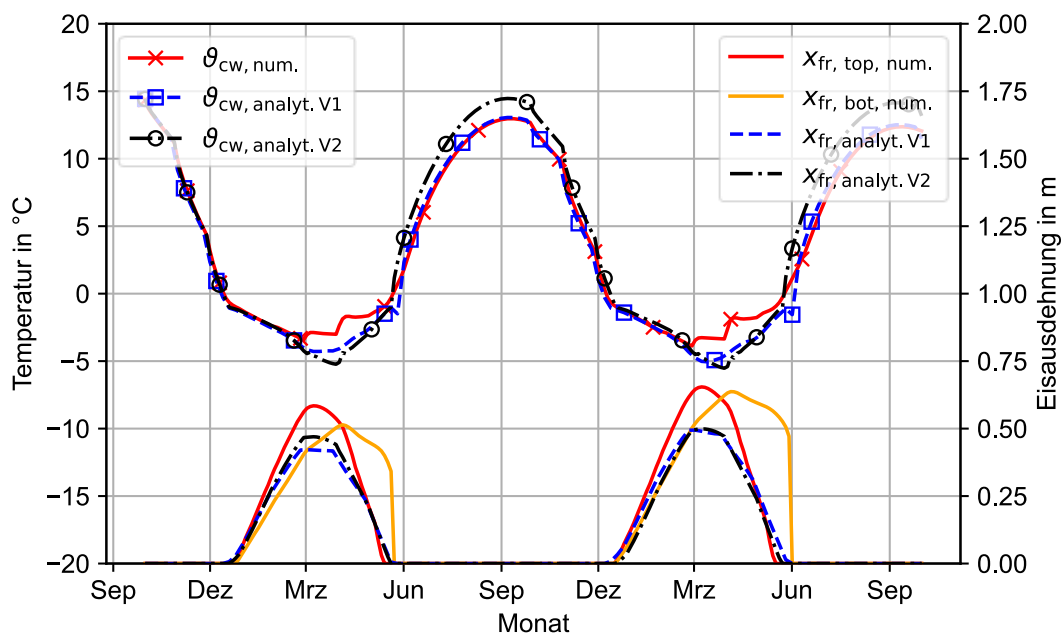


Abb. 7: Vergleich der Kollektoroberflächentemperatur und der Eisausdehnung zwischen analytischem und numerischem Modell mit Lastprofil, Temperaturschwingung und ohne Grundwasser für das Flächenmodell mit Eisbildung

In den Ergebnissen (Abb. 7) ist deutlich zu erkennen, dass es signifikante Abweichungen zwischen den analytischen Modellen und dem numerischen Modell gibt. Bei den Temperaturen beträgt die maximale Abweichung -2,63 K (V1) und 3,55 K (V2; -2,62 K im Frostbereich). Bei der Eisausdehnung nach oben beträgt die maximale Abweichung -0,164 m (V1) und -0,157 m (V2). Das entspricht einer relativen Abweichung zum maximalen Eisradius im numerischen Modell von -25,1 % (V1) und -24,0 % (V2). Die Eisausdehnung wird mit beiden Ansätzen deutlich unterschätzt. Bei Betrachtung

der Eisausdehnung nach unten im numerischen Modell lässt sich eine Ursache für die Abweichung ausmachen. Es ist zu erkennen, dass die Ausdehnung nach unten im numerischen Modell deutlich länger auf einem höheren Niveau bleibt als die Ausdehnung nach oben. Da die analytischen Modelle nicht zwischen Ausdehnung nach unten und oben unterscheiden, kann dieser Effekt nicht abgebildet werden.

Um die Auswirkung der Asymmetrie auf die Ergebnisse zu verdeutlichen, wird für die Lösungen in Abb. 8 eine symmetrische Situation angenommen. Die Temperatur an der Oberfläche wird konstant auf 10 °C gesetzt. Das Grundwasser wird ebenfalls mit 10 °C angenommen und in die gleiche Entfernung zur Kollektorebene wie die Geländeoberkante platziert (1,5 m entfernt vom Kollektor bzw. 3 m Tiefe). Aufgrund des erhöhten Wärmestroms durch den geringeren Abstand zum Grundwasser muss das Lastprofil leicht modifiziert werden, da ansonsten kein Frost entsteht. Dafür wird die Wärmestromdichte mit dem Faktor 1,25 multipliziert. Durch die symmetrische Situation liegen die Verläufe für die Eisausdehnung nach oben und unten in Abb. 8 für das numerische Modell übereinander.

In der symmetrischen Situation sind die Abweichungen zwischen dem numerischen und den analytischen Modellen erheblich geringer. Die maximale Abweichung bei den Temperaturen beträgt 1,12 K (V1, -0,55 K im Frostbereich) und 0,81 K (V2, -0,74 im Frostbereich). Für die Eisausdehnung beträgt die maximale Abweichung -0,031 m (V1, -24,1 %) und -0,015 m (V2, -11,3 %). Die Ergebnisse zeigen, dass insbesondere durch den zweiten Ansatz für die Berücksichtigung der Eisbildung (variable Bilanzenebene) sowohl die Temperaturen als auch die Eisausdehnung in der symmetrischen Situation für praktische Zwecke hinreichend genau abgebildet werden.

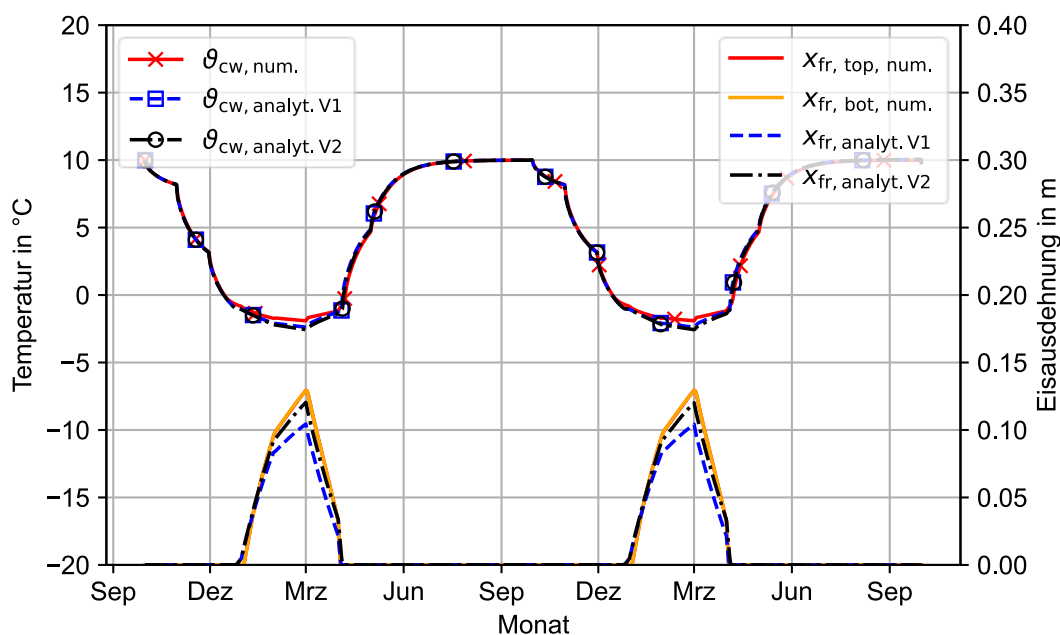


Abb. 8: Vergleich der Kollektoroberflächentemperatur und der Eisausdehnung zwischen analytischem und numerischem Modell mit Lastprofil, ohne Temperaturschwingung und mit Grundwasser (symmetrisch zur Oberfläche) für das Flächenmodell mit Eisbildung

## 4. Diskussion

Die analytischen Modelle zur Berechnung der Temperaturreaktionen ohne Berücksichtigung der Eisbildung zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus den numerischen Simulationen. Bei der Umrechnung von der Kollektorebene auf die Rohroberflächentemperatur ist zu überprüfen, ob ein sich dynamisch aufbauender Widerstand die erkannte Fehlerquelle reduzieren kann. Bei den Modellen mit Berücksichtigung der Eisbildung bilden beide beschriebenen Ansätze die Asymmetrie zwischen der Eisausdehnung nach oben und unten ansatzbedingt nicht ab. Das führt in den Ergebnissen zu deutlichen Abweichungen von der numerischen Simulation. Damit das Modell als Grundlage für die Dimensionierung von horizontalen Erdwärmekollektoren verwendet werden kann, sind Lösungen für die Problematik der Asymmetrie notwendig. Außerdem ist eine übertragbare Lösung für die Anwendung der Eisbildungsmodelle auf das Rohrmodell zu erarbeiten.

## Danksagung

Wir danken Adinda Van de Ven für die wertvolle Unterstützung bei der Erstellung der numerischen Simulationsmodelle.

## Literaturverzeichnis

- Baehr, H. D., & Stephan, K.: Wärme- und Stoffübertragung, 10. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (2019).
- Blocon AB: EED – Earth Energy Designer, Lund, Schweden (2022).
- COMSOL AB: COMSOL Multiphysics® Version 6.1, Stockholm, Schweden (2022).
- Eskilson, P.: Thermal analysis of heat extraction boreholes, Dissertation, Lund University, Lund (1987), ISBN 91-7900-298-6. <https://portal.research.lu.se/en/publications/thermal-analysis-of-heat-extraction-boreholes/>
- Hochschule Biberach: GEO-HAND<sup>light</sup>, Version 5.2, Hochschule Biberach, Biberach an der Riß (2025). <https://innosued.de/energie/geothermie-software-2/>
- Koschenz, M., & Lehmann, B.: Thermoaktive Bauteilsysteme TABS, EMPA Energiesysteme/Haustechnik, Bericht Nr. 254, Dübendorf (2000).
- Kusuda, T., & Achenbach, P. R.: Earth temperature and thermal diffusivity at selected stations in the United States, National Bureau of Standards, Gaithersburg, MD (1965). <https://apps.dtic.mil/sti/html/tr/AD0472916/>
- Neth, F., & Koenigsdorff, R.: Thermal investigation of geothermally activated building systems using Thermal-Response-Test method, Geothermics, 123, (2024), 103116. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375650524002037>
- Ramming, K.: Bewertung und Optimierung oberflächennaher Erdwärmekollektoren für verschiedene Lastfälle, Dissertation, Technische Universität Dresden, Dresden (2007). <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:swb:14-1189425172968-81960>
- Van de Ven, A., Bayer, P., & Koenigsdorff, R.: Analytical Modelling Approach of Ground Freezing and Thawing Around Ground Heat Collectors, SSRN Working Paper, (2025). [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=5158892](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=5158892) Akzeptiert zur Veröffentlichung in Geothermal Energy, Springer Nature.
- Van de Ven, A., Koenigsdorff, R., & Neth, F.: Energie- und Leistungsbilanzverfahren für Erdwärmekollektoren als Erweiterung zur Richtlinie VDI 4640 Blatt 2, Vortrag, Geothermiekongress 2023, Essen (2023).
- Verein Deutscher Ingenieure (VDI): VDI 4640 Blatt 2 – Thermische Nutzung des Untergrundes – Erdgekoppelte Wärmepumpenanlagen, VDI-Verlag, Düsseldorf (2019).

Hochschule Biberach, Karlstraße 6-11, 88400 Biberach  
E-Mail-Adresse: brauns@hochschule-bc.de